

MIDIENDO EL DIÁMETRO DE LA TIERRA

D. Sierra Porta^{a,b,c}, G. García Lugo^d, M. Delgado^{b,c}, C. Mora^c, A. Chourio^c

^(a) Facultad Experimental de Ciencias. Departamento de Física. La Universidad del Zulia. Maracaibo 4005, Venezuela.

^(b) Facultad de Humanidades y Educación. Departamento de Matemática y Física. La Universidad del Zulia. Maracaibo 4005, Venezuela.

^(c) Facultad de Humanidades y Educación. Departamento de Matemática y Física. La Universidad del Zulia. Maracaibo 4005, Venezuela.

^(d) Facultad de Humanidades y Educación. Universidad de los Andes, ULA, Mérida 5001, Venezuela.

[Recibido en Diciembre de 2007, aceptado en Abril de 2008]

RESUMEN(Ingles)

De distintas maneras se han ingeniado interesantes procedimientos para medir el radio de la tierra. Aquí se expone uno con la utilización de muchas técnicas sea formales o no para tal fin. El procedimiento es lo suficientemente sencillo como para que cualquier aficionado pueda repetirlo. No es un nuevo método, pero puede verse como pequeñas variaciones al mismo pudieran dar menos o más errores. El método precisa de tres piedras, una cuerda y una regla, de acuerdo con sus indicaciones, se debe contar también con un cerro desde donde podamos divisar el horizonte desde un lugar despejado en dos direcciones opuestas. La altura ideal de esta colina o promontorio sería de 30 a 300 metros sobre el nivel del mar (fácilmente podría ser desde un edificio); desde ella se divisara claramente una zona despejada. La motivación principal es proporcionar un marco para que los estudiantes en clase diserten acerca de la posibilidad de medir el tamaño de la tierra con argumentos muy sencillos y al alcance de todos. Se estimula de formulación de proyectos para investigación en el aula. Además se considera, en concordancia con las reformas de la educación y la globalización de las ciencias y los conocimientos, como estas actividades pueden acoger distintas disciplinas para un análisis óptimo de los resultados.

Palabras Clave: *Proyectos de Aula; Física Interactiva; Diámetro de la Tierra.*

LOS SUPUESTOS

Cada vez que un docente intenta crear experiencias, laboratorios, textos de estudios, o estrategias, etc, para enseñar alguno o algunos tópicos de Física, surge naturalmente la pregunta de cuáles han de ser los objetivos que se persiguen a la hora de "enseñar" Física

(o alguna otra ciencia). Ello independientemente de la posibilidad de que los beneficiarios directos de dichas estrategias sean o no personas que están vinculadas a dichas áreas de investigación. Lo que continua a partir de la respuesta a dicha pregunta es el planteamiento de las pautas y la visión que se adopta para dicha actividad, todo mediado por las convicciones del autor o responsable de la idea.

Si bien es cierto que en el devenir de los tiempos en los que vivimos, los cambios naturales han propiciado un importante insumo de experiencias que significativamente, tintan el proceso educativo, también lo es que la Física, como ciencia fundamental, tiene una base profunda en la generación, aplicación y posterior evaluación de proyectos de investigación y perfeccionamiento de los métodos. Lo más importante, cuanto se refiere a Enseñanza de la Ciencia, es saber responder a preguntas como "qué podemos hacer para preparar a nuestros estudiantes en ciencias para que puedan reconocer el valor de las técnicas experimentales", "qué podemos hacer para facilitarles el acceso a la física en todo su esplendor y puedan sentirse sujetos activos en la producción de conocimiento de la disciplina", o "cómo podrían nuestros estudiantes integrarse en la investigación y enseñanza de las ciencias con una visión globalizadora e integradora?. Por supuesto, la respuesta es complicada y compleja, pero sin embargo resulta un desafío ineludible para cada uno de nosotros.

Una posible respuesta es preparar a los estudiantes a desarrollar habilidades y actitudes lo más básicas y amplias posibles, de modo que tengan la capacidad de adaptarse a situaciones nuevas y cambiantes. En ese sentido la enseñanza de las ciencias básicas, como la física en este caso, pueden hacer un aporte valioso a la formación educativa, siempre y cuando se enfatizan sus aspectos metodológicos (Gil, 1997). Por lo tanto un objetivo deseable en un curso de física, es desarrollar en los estudiantes la habilidad de enfrentarse a problemas nuevos con apertura y rigurosidad. En otras palabras lo que se busca es que sepan cómo aprender cosas nuevas y enfrentarse a ellas con confianza y buen criterio.

Se propone a continuación un ejemplo de cómo afrontar el problema expuesto más arriba. Un modelo para trabajar en clase con los estudiantes de tal manera que los mismos vean reconocido su rol en el aprendizaje, en este caso de la ciencia física. En la medida en que cada estudiante se sienta comprometido y además activo en el proceso, más significativa será y conciliará sus necesidades de aprender con el descubrimiento de la Ciencia y su aporte a la solución de problemas. Lo interesante es que la actividad o el ejercicio propuesto, pueda responder a las grandes preguntas de la vida, o de la Ciencia, para estudiantes que muestran interés en ella. Cualquier adolescente se pregunta acerca de la redondez de la tierra y se presenta un ejemplo en el cual el estudiante se acerca al problema y lo responde haciendo uso de todo el conocimiento posible. Una actividad que involucra la geometría, la física, la naturaleza, el cálculo, etc. La actividad está pensada para trabajar en el nivel universitario, a partir de los primeros semestres, concretamente con estudiantes que se inician en los cursos primarios de física, los cuales necesitan vincularse al contexto de la física y su enseñanza. La actividad está enfocada para un nivel medio de complejidad y el propósito es que vincule conocimientos anteriores -geometría, física, cálculo, aritmética- en un todo integrado mientras se introduce en el mundo de la experimentación. No se amerita de aparatos complicados ni materiales que no sean

ordinarios, por lo cual, los alumnos se sentirán en la necesidad de resolver un problema, optimizando los métodos y estrategias de solución. No es un tema novedoso el de la medición del diámetro de la tierra, sin embargo, aquí se plantea una metodología que nos parece interesante sobre todo para estimular a los estudiantes a la comprensión de conceptos fundamentales de la Física.

ALGUNOS PRECEDENTES EN LA MEDIDA DEL TAMAÑO TERRESTRE

Narra la leyenda que un sabio griego, Eratóstenes, que trabajaba en Alejandría, y realizó las primeras mediciones del tamaño de la Tierra hace unos 2200 años. Para ello utilizó un método extraordinariamente simple (casi rudo), mediante el que, sorprendentemente, obtuvo buenos resultados. En Siene (ahora Asuan), situada al norte de Siene y casi en el mismo meridiano, advirtió (o le hicieron caer en la cuenta) que en el mediodía del solsticio de verano, los rayos solares entraban en un pozo verticalmente, mientras no ocurría así en Alejandría. Esto le llevó a pensar que podría calcular la circunferencia de la Tierra si supiera en ese otro lugar, y en ese preciso instante, el ángulo (desde la vertical) con el que inciden los rayos de sol en Alejandría. Siempre según la leyenda, las mediciones de Eratóstenes en Alejandría demostraron que los rayos se desviaban de la vertical en una cincuentava parte del círculo (7,2 grados). Dado que ya los rayos de Alejandría eran paralelos a los de Siene (debió observar que la distancia al sol sobrepasaba mucho al radio de la tierra), la diferencia de ángulo tenía que ser el resultado de la curvatura de la tierra. El arco entre las dos ciudades a lo largo de la superficie terrestre ocupa un ángulo de 7.2 grados con respecto al centro de la tierra.

Así pues para hallar la circunferencia de la tierra lo único que tenía que hacer Eratóstenes era deducir la relación de este ángulo y 360 grados, e igualarla con la razón entre la longitud del arco que separa ambas ciudades y la circunferencia de la Tierra. Sin embargo, no fue fácil encontrar la distancia entre una y otra ciudad. Dando pruebas de un gran ingenio. Eratóstenes midió la distancia tomando como base el tiempo que tardaban los camellos en ir de una ciudad a otra, que eran 50 días aproximadamente. Sabiendo qué recorrido hacía un camello en un día, pudo calibrar la distancia entre Alejandría y Siene y así calcular la circunferencia de la tierra. Su resultado (en medidas modernas) fue de 46250 kilómetros, cifra que excede en un 16 por ciento el valor real.

Siguiendo la historia, la siguiente medición de la circunferencia de la Tierra ocurrió en el año 85 antes de Cristo, por Poseidón de Apamea mediante un método semejante al que siguiere Eratóstenes. El medio empleado por Poseidón para medir la distancia entre ambas ciudades fue un barco de línea regular que las unía a través del Nilo. Poseidón midió el ángulo observando la estrella canopus; cuando estaba en el horizonte de Rodas, se hallaba 7.5 grados por encima del horizonte de Alejandría. Se dice que Poseidón llegó a calcular la circunferencia de la tierra haciendo el mismo tipo de cálculos de Eratóstenes. Los cálculos modernos afirman que sus mediciones eran erróneas en una sexta parte o alrededor del 17 por ciento.

Posteriormente, Adbullah al-Hamun realizó otra medición, y sus resultados se alejaban de la cifra real en solo un 9,6 por ciento. Dispuso de datos astronómicos muy exactos

para hallar el ángulo que necesitaba, e incluso llegó a medir la distancia de su arco colocando señales en los extremos del mismo.

Las técnicas modernas son, por supuesto, más exactas. Se sirven de satélites artificiales, rayos láser y reflectores en la luna, con el cual el tamaño de la tierra es perfectamente conocido así como el hecho de que no es totalmente esférica. Han transcurrido muchos siglos desde la época de los antiguos griegos que creían que la tierra era plana y que estaba sostenida por cuatro enormes elefantes que a sus vez se sostenían sobre una inmensa tortuga.

EL MÉTODO DE GERVER

El método que se presenta a continuación dispone para su realización de materiales muy sencillos, se amerita sólo de tres (3) piedras, una cuerda y una regla. En principio, para aplicar el método se debería disponer además, de un cerro desde donde se pueda divisar el horizonte, lo mejor es que sea en un lugar despejado, en donde se pueda divisar en direcciones opuestas el horizonte. La altura ideal de ésta cerro o promontorio sería de 30 a 300 metros sobre el nivel del mar (podría ser bien un edificio); desde ella se divisara claramente una zona despejada (Newcomb, 1960; Iker, 1979).

Para la obtención de resultados se debe situar la regla en posición vertical a una distancia de 50 centímetros de una piedra u objeto puntiagudo, la cual se colocará en el punto más alto de dicho cerro. Llamaremos b al valor de esta distancia. Para realizar la primera medición el estudiante debe colocarse de tal manera que entre él y la piedra puntiaguda referida anteriormente, se encuentre la regla; de ésta manera se irá ensayando la posición hasta que consiga ver alineados el horizonte, el extremo de una roca y un punto de la regla, tal como se puede observar en la figura 1 y en la figura 2. Anotará luego el punto de la regla en que la línea de visión corta la mira. Luego debe colocarse de tal manera que ahora el pivote quede en medio entre la regla y él, así podrá mirar hacia el horizonte opuesto a la primera medida y ajustar la visión hasta que se alineen la piedra y el horizonte. En éste punto se anotan los puntos de intersección de su línea de visión con la mira y se mide la distancia entre ellos (a es la distancia entre los puntos de intersección). Es decir, la idea es medir la distancia entre dos puntos en la regla en posición perfectamente vertical haciendo marcas que correspondan con las líneas trazadas visualmente a ambos lados del horizonte en direcciones opuestas.

En última instancia el método exige conocer la altura del observador sobre el nivel del mar. Para tal fin, pueden idearse muchos métodos. Uno de ellos es uno muy conocido en el cual el observador se coloca a una cierta distancia separado del cerro o el edificio. Se coloca un punto de referencia a una distancia conocida desde la base del cerro o edificio, la cual llamaremos $d_{verdadera}$. Alejados una cierta distancia se toman con una regla las distancias aparentes desde el punto de referencia hasta la base del cerro ($d_{aparente}$) y desde el punto de observación (o donde se midieron las visuales) hasta la base del cerro o edificio ($h_{aparente}$). Dividiendo ambas se tendrá el factor de escala o proporcionalidad para éstas medidas. Luego si se conoce la medida exacta en la cual el punto de referencia está colocado desde la base del cerro, entonces es fácil ver que

la altura será la multiplicación del factor de proporcionalidad encontrado por la distancia verdadera de colocación del punto de referencia desde la base del cerro. Esta es una manera de obtener la altura del observador sobre el nivel del mar, una propuesta de entre muchas maneras, a la que llamaremos h . Seguramente los estudiantes podrán encontrar nuevas y variadas formas de medir dicha distancia. Se podría incentivar a los estudiantes a encontrar también ésta altura por medio de funciones trigonométricas, por medio de cálculos con las sombras proyectadas por el cerro sobre el suelo a diversas horas, etc. Existen muchos métodos, la originalidad de los estudiantes puede ser explotada en éste punto. De hecho, mientras pueda ser encontrada de otras maneras posibles los errores experimentales pudieran ser cada vez menores y el estudiante tendrá tiempo para evaluar y reconocer la mejor manera de obtener las medidas necesarias para que ocurra el menor error e incertidumbre posible.

$$h_{verdadera} : h_{aparente} = d_{verdadera} : d_{aparente} = k \rightarrow h_{verdadera} = k \cdot h_{aparente}$$

Finalmente calcularemos el radio de la tierra haciéndolo aproximadamente igual a:

$$\text{Radio de la tierra} = 8hb^2 / a^2 \quad (1)$$

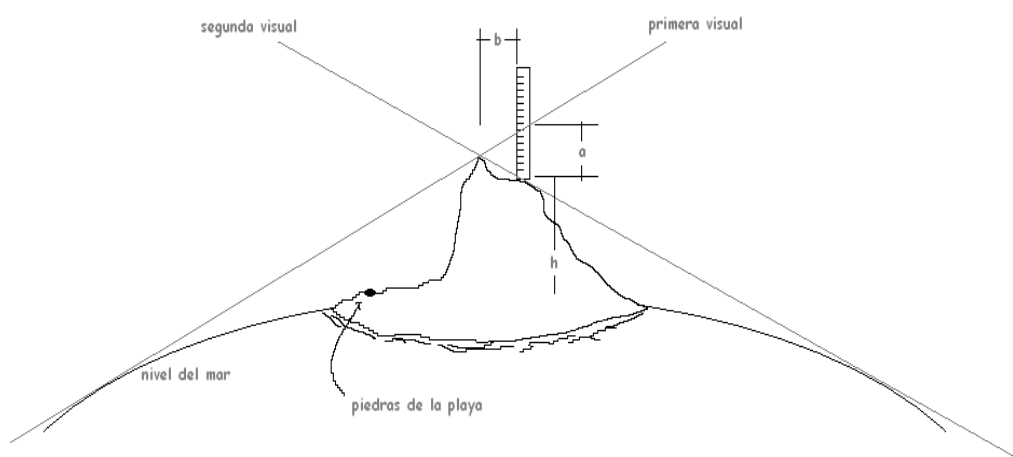


Figura1.- Cálculo del radio terrestre según la descripción del Método de Gerwer.

Por ejemplo, en una de las observaciones de Gerwer, la distancia entre los dos puntos de intersección en la regla fue de aproximadamente 2.5 centímetros, la distancia entre la piedra y la mira 3,7 metros y el punto de observación estaba situado a 63,4 metros sobre el nivel del mar. Con estos datos el radio de la tierra que se calcula es de 10500 kilómetros, que es apreciablemente mayor que el radio real de la tierra en el Ecuador, que es de 6378kilometros (el radio polar real es de 6357 kilómetros). Repitiendo las observaciones se pueden reducir los errores aleatorios incorporados a las mediciones pero los distintos errores sistemáticos permanecen.

¿CÓMO FUNCIONA EL MÉTODO?

La base geométrica que se muestra en las figuras 2 y 3 respectivamente, se resumen en los cuatro triángulos semejantes que se encuentran en la figura 4 que, como tales, tiene ángulos iguales.

Dichos triángulos provienen de las gráficas formados en las figuras 2 y 3, respectivamente etiquetados todos por las letras que se indican.

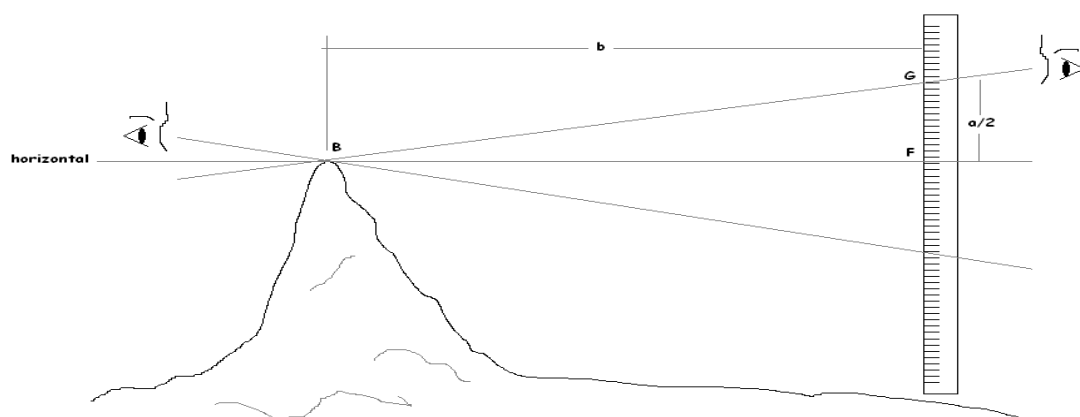


Figura 2.- Triángulo BFG entre el pivote y la mira.

En el Método de Gerver para el cálculo del radio de la tierra, se emplean diferentes relaciones en las que están implicadas las tres medidas llevadas a cabo durante el experimento (a , h y b) y r , el radio de la tierra. Con ellas, puede ser despejada completamente r .

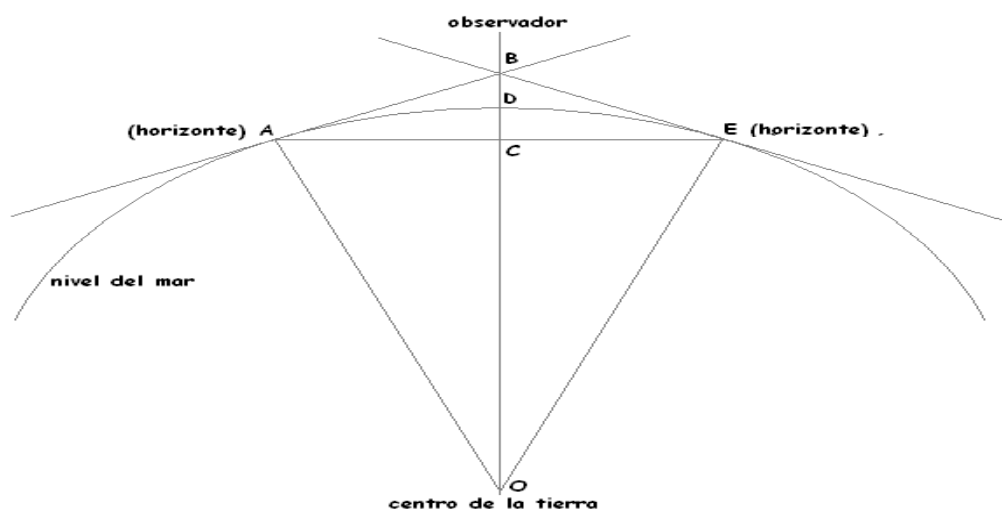


Figura 3.- Geometría utilizada para el resultado en el Método de Gerver.

Aquí vamos a esquematizar su demostración, pero dejaremos los detalles para los interesados.

A partir de la figura 4, puede ser notado de los triángulos 1 y 2 que podemos escribir la siguiente relación $CO/r=r/(r+h)$. A partir de los triángulos 2 y 3 podemos decir que $AC/BC=CO/AC$. A partir de los triángulos 2 y 4 podemos establecer que $b/(a/2)=CO/AC$. Por último, tenemos que $BC=r+h-CO$. Eliminando CO , AC y BC a través de las correspondientes sustituciones en las relaciones anteriores podemos obtener r despejada.

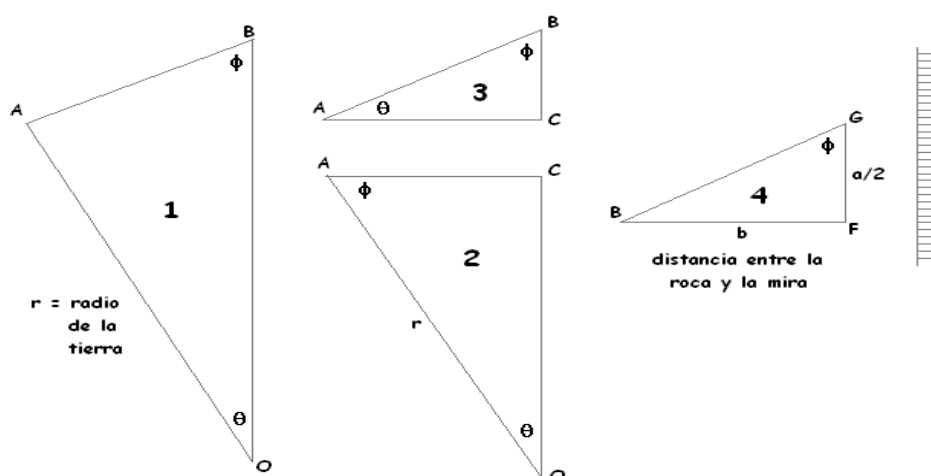


Figura 4.- Triángulos semejantes usados en los cálculos del Método de Gerver.

En un determinado momento del desarrollo de los cálculos, Gerver hace la aproximación de que la altura de la colina, en la que el observador se sitúa, es despreciable comparada con el diámetro terrestre dicha aproximación introduce un error en los cálculos de menos del 0.01 por ciento. La altura h de la posición del observador sobre el nivel del mar se mide divisando los pivotes plantados en la playa. Así se puede equiparar la relación entre h y la separación real de las piedras a la relación existente entre la separación aparente de las piedras y la distancia aparente que hay entre las piedras y el horizonte oceánico más próximo a ellas. Como en el esquema de Gerver esta distancia se mide en unidades equivalentes a la separación aparente entre las mismas, se obtiene automáticamente la segunda relación de las dos relaciones propuestas. Cuando multiplicamos la segunda relación por la separación real entre las piedras, obtenemos la altura del observador sobre el nivel del mar.

Además de los errores fortuitos presentes en las observaciones, influyen también en el resultado varios errores sistemáticos. Uno de ellos provoca la curvatura de los rayos de luz tangentes al horizonte, que elevan ligeramente el campo de visión. Este efecto de refracción provocado por la atmósfera introduce un grado de error en los cálculos de Gerver demasiado elevado, aproximadamente del 20 por ciento.

CONCLUSIÓN

Se ha mostrado esquemáticamente y demostrado la utilización de un método para el cálculo del diámetro de la tierra, con argumentos, si bien no novedosos, si con el interés de la aplicación de herramientas y conocimientos básicos en el contexto de estudiantes de nivel medio y universitario, que estén empezando o adelantándose en los primeros cursos de Física. La importancia del método en su aplicación, se basa en, la factibilidad del mismo en términos de poderse producir resultados interesantes, además de la oportunidad de desarrollar en los estudiantes la capacidad de análisis, la producción de nuevas ideas a partir de la experimentación, la motivación al trabajo en grupo y comunicación de ideas matemáticas y físicas, la contextualización de los métodos del cálculo, de la geometría y de la física a situaciones cotidianas e ideas

fundamentales de la Ciencia, la comprensión de los elementos teóricos de enseñanza media y universitaria al servicio de la resolución de problemas y la estimulación de la actividad creadora y pensante de los estudiantes en la resolución de problemas de la Física.

Los errores experimentales son variados y de muchas fuentes. El estudiante podría ingeniárselas para solventar algunos y discutir de los inconvenientes que las medidas ocasionan. Por ejemplo, si el estudiante o el grupo decide hacer la medición en una playa despejada podría encontrarse errores experimentales debido a la refracción de los rayos de luz en la medición de las visuales por el reflejo de los rayos en el agua. Si la superficie del agua además está caliente, se tendrán medidas aparentes y no muy exactas debido a un proceso físico de influencia del vapor de agua de la superficie. Además otro factor es el movimiento de las olas que no consiguen observar el horizonte exactamente. Los estudiantes pudieran verse decididos a experimentar todos los métodos y lugares posibles para la realización de la experiencia tomando en cuenta los factores antes mencionados. Por otro lado, la altura del observador es una medida de incertidumbre de cuidado y los estudiantes pudieran hacer un esfuerzo para encontrar el método más preciso que le ayuda a minimizar los errores experimentales. Existen muchos de estos métodos en la literatura y algunos podrían combinarse para encontrar una metodología óptima. Lo importante es que los estudiantes se den cuenta de dichos inconvenientes e intenten sortearlos con la mayor justificación posible. Más aún, la medida hecha no será evidentemente la medida del radio ecuatorial de la tierra, dado que depende de la ubicación geográfica que se escoja para dicha medición. La experiencia pudiera pensarse también para que los estudiantes tomen consciencia de la forma geométrica que posee la tierra debido a las mediciones de varios radios terrestres, calculados en diferentes posiciones geográficas y llegar a la conclusión inevitable y deseada.

REFERENCIAS

- Gil, S. (1997). Nuevas Tecnologías en la Enseñanza de la Física. *Educación en Ciencias*, 1(2), 34.
- Newcomb, S. (1960). *A Compendium of Spherical Astronomy*. Dover Publications, Inc.
- Walker, J. (1979). *Revista Investigación y Ciencia*. nº 34.

MEASURING THE DIAMETER OF THE EARTH

SUMMARY

In different ways have managed interesting procedures for measuring the radius of the earth. Here one is exposed to the use of many formal techniques or not for that aim. The procedure is simple enough so that any amateur can repeat. This is not a new method, but it can be seen as slight variations at the same might give less or more errors. The method requires three stones, a rope and a rule, in accordance with their instructions, it must also have a hill from where we can see the horizon from a site cleared in two opposite directions. The ideal height of this hill or serious promontory of 30 to 300 meters above sea level (easily could be from a building); since she divisara clearly an area cleared. The main motivation is to provide a framework for students in the classroom diserten about the possibility of medier size of the earth with arguments very simple and accessible to everyone. It stimulates project formulation for research in the classroom. Also under consideration, in line with the education reforms and the globalization of science and knowledge, as these activities can accommodate different disciplines for a discussion of optimal results.

Keywords: *Classroom projects; Interactive Physics; Earth's Diameter.*